

数学 II 計算力チェック

3年 _____ 組 _____ 番 名前 _____

1. 関数 $y = x^2 + 2x$ と直線 $y = -x + 4$ で囲まれる図形の面積を求めよ。

2. 2つの関数 $y = x^2 + 2x - 1$ と $y = -x^2 - 2x + 5$ で囲まれる図形の面積を求めよ。

1 $y = x^2 + 2x$ と $y = -x + 4$ の交点の x は $x^2 + 2x = -x + 4$ として、

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x+4)(x-1) = 0 \text{ より } x = -4, 1$$

$y = x^2 + 2x$ のグラフは下に凸なので $-4 \leq x \leq 1$ で $x^2 + 2x < -x + 4$ から、求める面積 S は、

$$\begin{aligned} S &= \int_{-4}^1 \{(-x+4) - (x^2+2x)\} dx \\ &= \int_{-4}^1 (-x^2 - 3x + 4) dx \\ &= \left[-\frac{x^3}{3} - 3 \cdot \frac{x^2}{2} + 4x \right]_{-4}^1 \\ &= \left(-\frac{1}{3} - \frac{3}{2} + 4 \right) - \left(\frac{64}{3} - 24 - 16 \right) \\ &= -\frac{65}{3} - \frac{3}{2} + 44 \\ &= \frac{125}{6} \end{aligned}$$

2 2つの放物線の交点の x 座標から求める。

連立して

$$x^2 + 2x - 1 = -x^2 - 2x + 5 \text{ から、}$$

$$2x^2 + 4x - 6 = 0$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x+3)(x-1) = 0 \text{ より } x = -3, 1$$

$y = x^2 + 2x - 1$ のグラフは下に凸で、

$y = -x^2 - 2x + 5$ のグラフは上に凸より

$$-3 \leq x \leq 1 \text{ で } -x^2 - 2x + 5 \geq x^2 + 2x - 1$$

よって、求める面積 S は、

$$\begin{aligned} S &= \int_{-3}^1 \{(-x^2-2x+5) - (x^2+2x-1)\} dx \\ &= \int_{-3}^1 (-2x^2 - 4x + 6) dx \\ &= \left[-\frac{2x^3}{3} - 2x^2 + 6x \right]_{-3}^1 \\ &= \left(-\frac{2}{3} - 2 + 6 \right) - (18 - 18 - 18) \\ &= -\frac{2}{3} + 22 \\ &= \frac{64}{3} \end{aligned}$$